ترمودینامیک مواد 3.00

جواب های مجموعه سؤال 3

جواب 3.1

از آنجایی که سیستم بی دررو است، در مرزها تبادل حرارت صورت نمی گیرد. همچنین تبادل جرم در مرزها وجود ندارد، زیرا جرم می تواند به عنوان حامل گرما عمل کند. قانون اول به شکل زیر می باشد.

$$dU = dW \tag{1}$$

بنا به تعریف، ظرفیت گرمایی یک ماده برابر است با $C_v = \left(\frac{dq}{dT}\right)_V = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V$. نتیجه می گیریم که:

$$dU = C_v dT \tag{2}$$

$$\text{where} \tag{3}$$

$$C_v = n\overline{C_v} \tag{4}$$

The minimum work needed to increase the temperature is given by:

$$\int dW = \int_{T_0}^{T_1} n_0 \overline{C_v} dT \tag{5}$$

$$\Delta W = n_0 \overline{C_v}(T_1 - T_0) \tag{6}$$

برای یک گاز ایده آل: $\overline{C}_P - \overline{C}_V = R$

$$\Delta W = \frac{P_0 V_0}{RT_0}\frac{5R}{2}(T_1 - T_0) \tag{7}$$

$$\Delta W = \frac{1.012 \cdot 10^5 Pa \cdot 72m^3 \cdot 5}{2}\left(\frac{298K}{285K} - 1\right) \tag{8}$$

$$\Delta W = 960kJ \tag{9}$$

برای یک سیستم منزوی که هیچ گرمایی از طریق مرزها شارش نمی یابد، حجم و فشار ثابت هستند. بنابراین به محض تغییر دما، تعداد مولهای گاز موجود در اتاق مطابق آن تغییر می کنند. بدین

www.iran-mavad.com
مرجع تخصصی مهندسی مواد و متالورژی

معنی که هنگام ترک مولکول از سیستم به محیط، سیستم مقداری کار بر روی محیط انجام می دهد. تصور کنید که سیتم دارای روزنه ی کوچکی است که به بالون متصل است. هنگامی مولکول های گاز از طریق روزنه خارج و به بالون وارد می شوند، روی محیط کار انجام می دهند. با گرفتن انتگرال با استفاده از C_P به جای ظرفیت گرمایی بدون کار C_v می توان آنرا محاسبه کرد. علاوه با این، ظرفیت گرمایی گاز بر حسب تابعی از دما تغییر می کند، $C_P = n(T,P_0,V_0)\overline{C}_P$.

$$\int dU = \int dW = \int_{T_0}^{T_1} \frac{P_0V_0}{RT}\overline{C_p}dT \qquad (10)$$

$$\Delta W = \frac{P_0V_0}{R}\overline{C_p}\log\frac{T_1}{T_0} \qquad (11)$$

$$\Delta W = \frac{1.012\cdot 10^5 Pa\cdot 72m^3\cdot 7}{2}\log\frac{298K}{285K} \qquad (12)$$

$$\Delta W = 1137kJ \qquad (13)$$

با مقایسه، واضح است که برای افزایش دمای سیستم بی دررو به انرژی کمتری، از افزایش دما در حجم و فشار ثابت نیاز است. این مسأله چندان آسان نیست، برای افت یک انرژی مرجع در انتگرالگیری Sommerfeld critizen Emden را ببینید[1]، در حالیکه خودشان از وابستگی دمایی سیستم صرف نظر میکنند.

جواب 3.2

یک مول گاز ایده آل 2 متغیر حالت دارد. چهار درجه آزادی (n,P,V,T) برای یک گاز اختیاری با قیدهای n=1 و PV=nRT کاهش می یابند.

می توان $\overline{U}$ را بر حسب جملاتی از ترکیب دو متغیر مستقل بنویسیم: $\overline{U}(T,\overline{V}),\overline{U}(T,P),\overline{U}(P,\overline{V})$

شکل دیفرانسیلی انرژی آزاد مولی یک گاز ایده آل از قرار زیر است.

www.iran-mavad.com
مرجع تخصصی مهندسی مواد و متالورژی

$$d\overline{U} = \overline{C_v} dT \tag{14}$$

Integration gives:

$$\overline{U}(T) = C_v(T - T_0) = U(T, \overline{V}) = U(T, P) \tag{15}$$

Substitution using the ideal gas law gives:

$$\overline{U(P, \overline{V})} = \frac{\overline{C_v}}{R}(\overline{V}P - \overline{V}_0 P_0) \tag{16}$$

جواب 3.3

بدلیل اینکه اتاق یک سیستم بی دررو می باشد و کار با آهنگ ثابتی به آن انتقال می یابد ، در نتیجه (در غیاب تبدیل فاز در اتاق) هنگام انتقال کار به آن، دمای اتاق باید نسبت به اینکه سیستم بسته یا باز است، باید افزایش یابد.

بسته به موقعیت دقیق دماسنج، دما باید کاهش یابد. با این وجود، در فواصل زمانی بزرگ دو منحنی (بسته و باز) باید یکسان به نظر برسند.

ممکن است این بحث مطرح شود که برای یخچال باز ممکن است در فواصل زمانی بزرگتر دما اندکی بیشتر باشد، زیرا کارایی تلمبه گرما کمتر می شود و همچنین بدلیل اینکه ظرفیت گرمایی اتاق با مشارکت موادی که داخل یخچال قرار دارند، کوچکتر از مقدار عددی آن است. من فکر می کنم همگرایی دو منحنی، با یکنواختی یکسانی افزایش یابد.

جواب 3.4

تغییر در انرژی درونی سیستم=شارش گرما به سرب و آب

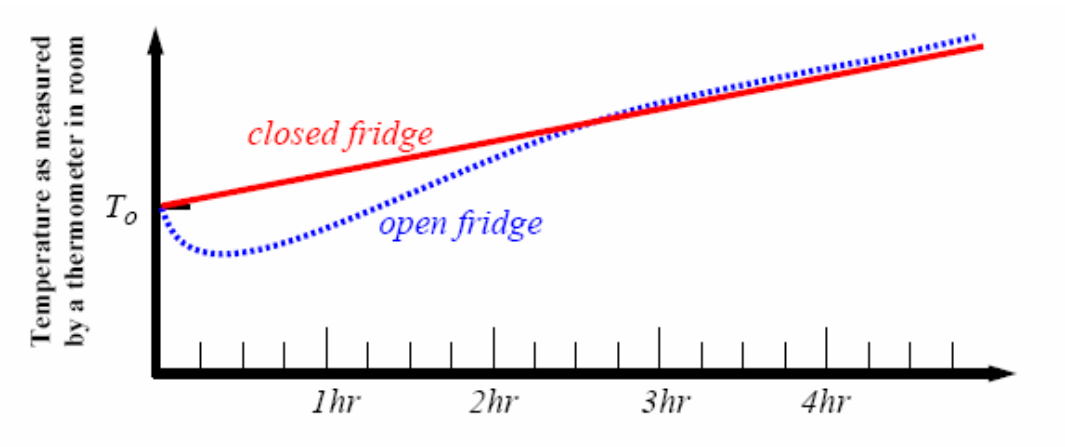
$$|mgh| = C_{\mathrm{Pb}}(T_{final} - 20) + C_{\mathrm{H_2O}}(T_{final} - 20)$$

$$T_{final} = 20 + \frac{|mgh|}{C_{\mathrm{Pb}} + C_{\mathrm{H_2O}}}$$

[1]

[1] A.Sommerfeld, Thermodynamical and statistical of Mechanics,academic Press Inc., New York,1965. and R. Emden,"Why do have Winter Heating",Nature,141,908(1938)

www.iran-mavad.com
مرجع تخصصی مهندسی مواد و متالورژی



شکل 1: حل شماتیک برای مسأله 2

بخش دوم رمزی است. زیرا دما کمتر خواهد بود. مرکز جرم آب بالا می رود و در نتیجه بخش های انرژی پتانسیل وزن سرب به انرژی پتانسیلی آب تبدیل می شود. $|Mgh|$ به اندازه ی مقدار متناظر با بالا رفتن جرم آب کاهش پیدا می کند.